

# چندضلعی‌ها

مطالبی برای افزایش دانش موضوعی ریاضی معلمان

در کتاب‌های درسی ریاضی دوره‌ی ابتدایی موضوع‌هایی وجود دارند که یا دانش آموزان در یادگیری آن‌ها مشکل دارند یا معلمان در یاددهی‌شان. در این دوره از مجله‌ی رشد آموزش ابتدایی، در هر شماره درباره‌ی یکی از این موضوع‌ها صحبت می‌کنیم. منتها قصد نداریم روش تدریس بیان کنیم، بلکه آن را به عنوان یک موضوع یا مفهوم ریاضی بررسی خواهیم کرد تا دانش موضوعی خود را برای تدریس بهتر آن افزایش دهیم.

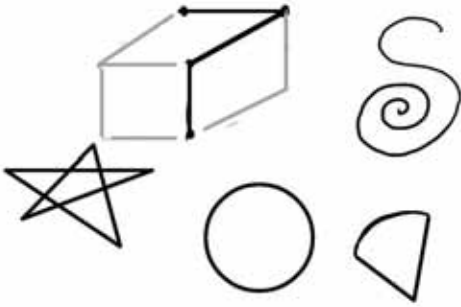
به هر طرف که سر می‌گردانیم، شکلی را می‌بینیم. اشیای دور و بر ما شکل‌های بسیار متنوعی دارند. حتی خود دنیا و در واقع فضایی که کروی زمین در آن قرار دارد نیز شکل مشخصی دارد. شناخت و بررسی این شکل‌ها در علم «هندسه»، که یکی از شاخه‌های مهم و اصلی ریاضیات است، صورت می‌گیرد. شناخت شکل‌ها از آن‌جا اهمیت دارد که در بسیاری از کارها به آن نیاز داریم؛ از کارهای بسیار ضروری، مانند ساختن ساختمان‌ها و پل‌ها گرفته تا آنچه شاید خیلی ضروری به نظر نرسد، ولی به هر حال بخشی از زندگی آدمی است؛ یعنی هنر. در مطلب پیش رو، با چندضلعی‌ها بیشتر آشنا می‌شوید که رده‌ی بزرگی از شکل‌های هندسی هستند. به این منظور، نخست باید بدانیم به چه شکلی چندضلعی می‌گویند و چه شکل‌هایی چندضلعی نیستند. سپس دو گروه اصلی چندضلعی، یعنی محدب و مقعر، را معرفی خواهیم کرد. انواع مثلث‌ها (سه‌ضلعی‌ها) و انواع چهارضلعی‌ها را هم با توضیحات بیشتر و مفصل‌تری معرفی و بررسی خواهیم کرد. درباره‌ی متوازی‌الاضلاع‌ها هم بیشتر صحبت می‌کنیم تا در بستر موضوع آن‌ها با ساختار منطقی هندسه‌ی اقلیدسی بیشتر آشنا شویم. هندسه جزو جدانشدنی برنامه‌ی درسی ریاضی در همه‌ی کشورهاست. منتها آموزش هندسه رویکردهای متفاوتی دارد که موضوع بحث این مطلب نیست.

## انواع چندضلعی

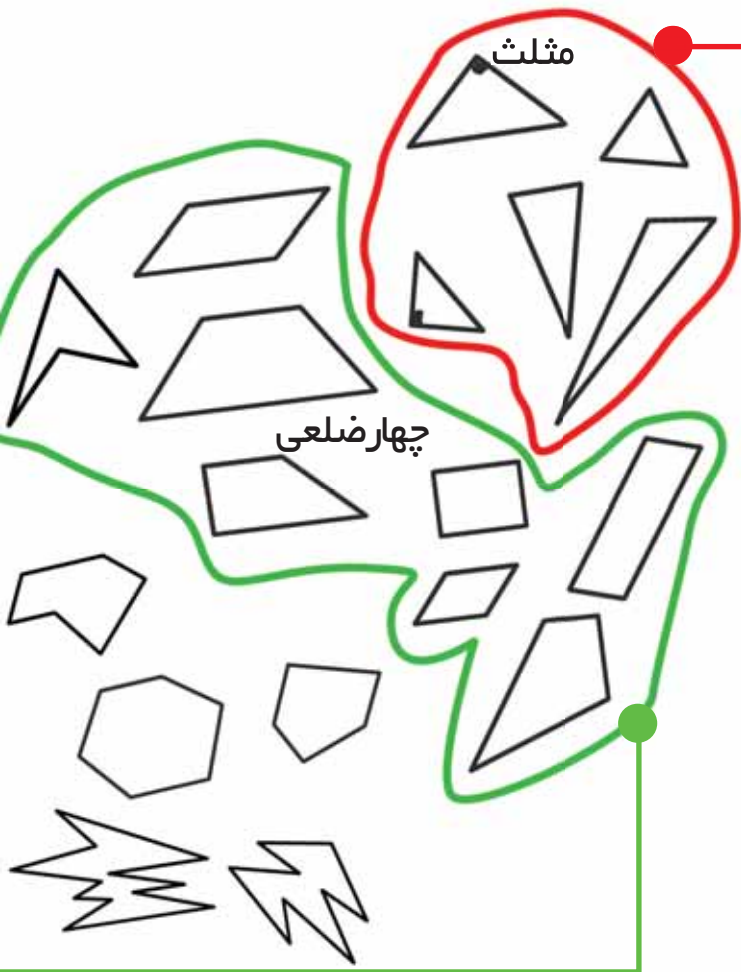
در برنامه‌ی درسی ملی ایران نیز هندسه و اندازه‌گیری از مفاهیم قلمرو حوزه‌ی ریاضیات محسوب می‌شود. در هندسه، علاوه بر آشنایی با شکل‌های مهم و شناخت ویژگی‌های آن‌ها، با ارتباط بین این شکل‌ها و موضوع‌هایی که به اندازه و اندازه‌گیری ارتباط دارند نیز آشنا می‌شویم. از همه مهم‌تر، هندسه بستر بسیار خوبی برای آشنایی با استدلال و تمرین روی آن است. منتها رویکرد آموزشی جدید به استدلال، با رویکردهای سنتی کاملاً متفاوت است و تمرکز آن، به جای تعدد قضیه‌ها و نتایج، بر فرایند تفکر استدلالی است.

## چند ضلعی چیست؟

چندضلعی یک خط شکسته‌ی بسته است که خودش را قطع نمی‌کند. اولاً شکلی مسطح است، یعنی روی یک صفحه کشیده می‌شود. و دیگر اینکه از تعدادی پاره‌خط تشکیل شده و بسته است و پاره‌خط‌ها هم یکدیگر را قطع نمی‌کنند. این شکل‌ها هر یک به دلیلی چندضلعی نیستند.



## چندضلعی‌ها



## سه ضلعی‌ها یا مثلث‌ها

همان‌طور که از نامشان پیداست، سه‌ضلعی (مثلث)‌ها سه تا ضلع دارند. بنابراین، سه زاویه هم دارند. مثلث‌ها نمی‌توانند مقعر باشند، زیرا می‌توان ثابت کرد که «مجموع زاویه‌های درون مثلث ۱۸۰ درجه است.» پس هر زاویه‌ی آن از ۱۸۰ درجه کمتر است.

مثلث‌ها را چگونه دسته‌بندی کنیم؟

متداول‌ترین روش، استفاده از طول ضلع‌هاست:

- مثلثی که هر سه ضلع آن با هم برابر باشند؛
- مثلثی که دو ضلع از سه ضلعش با هم برابر باشند؛
- مثلثی که هیچ‌یک از اضلاعش با هم برابر نباشند.

این سه نوع را به ترتیب «متساوی‌الاضلاع»، «متساوی‌الساقین» و «مختلف‌الاضلاع» می‌نامیم. مثلثی را که یک زاویه‌ی قائمه داشته باشد، مثلث «قائم‌الزاویه» می‌نامیم. توجه کنید که مثلث نمی‌تواند دو یا سه زاویه‌ی قائمه داشته باشد، چون مجموع هر سه زاویه‌اش ۱۸۰ درجه است.

مثلث قائم‌الزاویه ممکن است مختلف‌الاضلاع یا متساوی‌الساقین باشد، ولی هرگز متساوی‌الاضلاع نیست، زیرا می‌توان ثابت کرد که هر سه زاویه‌ی مثلث متساوی‌الاضلاع برابر با ۶۰ درجه هستند و در این صورت، مثلث زاویه‌ی ۹۰ درجه ندارد.

## انواع چندضلعی

چندضلعی‌ها دو جزء اصلی دارند: ضلع‌های چندضلعی که پاره‌خط هستند؛ و زاویه‌های درونی چندضلعی که در محل برخورد دو ضلع تشکیل می‌شوند. بنابراین، به دو صورت می‌توان چندضلعی‌ها را دسته‌بندی کرد: از روی اندازه‌ی زاویه‌ها یا از روی تعداد ضلع‌ها.

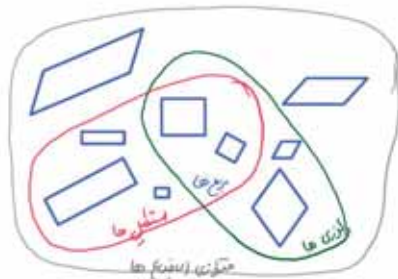
### انواع چندضلعی بر اساس تعداد اضلاع

بر اساس تعداد اضلاع، چندضلعی‌ها انواع بسیار دارند؛ سه‌ضلعی (یا همان مثلث)، چهار ضلعی، پنج‌ضلعی، شش ضلعی، هفت‌ضلعی، ... بیست و سه ضلعی، ... صد و شصت و دو ضلعی، ...

### انواع چندضلعی بر اساس نوع زاویه

بر اساس نوع زاویه، چندضلعی‌ها دو نوع هستند: محدب و مقعر. در چندضلعی محدب، همه‌ی زاویه‌های درونی از  $180^\circ$  درجه کمتر هستند، ولی چندضلعی مقعر لااقل یک زاویه‌ی بزرگ‌تر از  $180^\circ$  درجه دارد.

## انواع متوازی‌الاضلاع



متوازی‌الاضلاع‌ها را به دو صورت می‌توانیم دسته‌بندی کنیم: بر اساس اندازه‌ی زاویه‌ها؛ بر اساس اندازه‌ی اضلاع. متوازی‌الاضلاع‌ی که چهار زاویه‌اش برابر و قائمه هستند، «مستطیل» نام دارد. متوازی‌الاضلاع‌ی که چهار ضلعش برابرند، «لوزی» نامیده می‌شود. اگر متوازی‌الاضلاع‌ی هم مستطیل باشد و هم لوزی، «مربع» نامیده می‌شود.

## چهارضلعی‌ها

هم دارد، انواع آن می‌تواند چنین باشد:

- اضلاع دو به دو موازی باشند؛
  - فقط یک جفت از اضلاع موازی باشند؛
  - هیچ دو ضلعی موازی نباشند.
- اولین و دومین نوع را به ترتیب «متوازی‌الاضلاع» و «دوزنقه» می‌نامیم. سومین نوع نام خاصی ندارد و خودش بسیار متنوع است. در تصویر این نوع چهارضلعی‌ها را پیدا کنید.
- دوزنقه‌ها هم انواعی دارند. در این مطلب، تنها انواع متوازی‌الاضلاع را به دلیل اهمیت و کاربردهای فراوان آن مشخص می‌سازیم.

همان‌طور که از نامشان پیداست، چهار ضلع دارند. از این رو، چهار زاویه هم درونشان هست. مجموع زاویه‌های درون هر چهار ضلعی  $360^\circ$  درجه است. بنابراین، ممکن است یکی از زاویه‌های آن بزرگ‌تر از  $180^\circ$  درجه باشد (و فقط هم یکی از آن‌ها می‌تواند چنین باشد. چرا؟) پس چهارضلعی‌ها هم محدب دارند و هم مقعر.

اما چهارضلعی‌های محدب انواع متنوعی دارند. آیا می‌دانید آن‌ها را بر چه اساسی دسته‌بندی می‌کنند؟ بله! متداول‌ترین روش دسته‌بندی چهارضلعی‌های محدب، بر اساس موازی بودن اضلاع آن‌هاست. از آن‌جا که چهارضلعی، چهار تا ضلع و در واقع دو جفت ضلع مقابل

## با متوازی‌الاضلاع‌ها بیشتر آشنا شویم

دیدیم که متوازی‌الاضلاع یک چهارضلعی است که دو جفت ضلع موازی دارد. از نام‌گذاری آن هم معلوم است که موازی بودن اضلاع در آن تعیین‌کننده است. بنابراین، برای اینکه مطمئن شوید یک چهارضلعی متوازی‌الاضلاع هست یا نه، باید موازی بودن ضلع‌های آن را بررسی کنید. همین موازی بودن موجب می‌شود متوازی‌الاضلاع ویژگی‌هایی داشته باشد. با استفاده از ویژگی موازی بودن ضلع‌ها و خاصیت‌هایی که خط‌های موازی دارند، این ویژگی‌ها را می‌توانیم اثبات کنیم:

ع در متوازی‌الاضلاع، ضلع‌های روبه‌رو با هم برابرند.

ع در متوازی‌الاضلاع، زاویه‌های روبه‌رو با هم برابرند.

ع در متوازی‌الاضلاع، مجموع هر دو زاویه‌ی مجاور برابر ۱۸۰ درجه است.

ع در متوازی‌الاضلاع، قطر‌ها یکدیگر را نصف می‌کنند. به همین دلیل است که اگر در متوازی‌الاضلاعی، یک زاویه قائمه باشد، زاویه‌ی مقابلش هم قائمه می‌شود و دو زاویه‌ی مجاور هم  $90 = 180 - 90$ ؛ یعنی قائمه خواهند شد. پس می‌توانیم مستطیل را این‌گونه تعریف کنیم: مستطیل متوازی‌الاضلاعی است که یک زاویه‌ی قائمه داشته باشد.

علاوه بر این، اگر در یک متوازی‌الاضلاع، تنها دو ضلع کنار هم با هم برابر باشند، دو ضلع دیگر نیز با آن‌ها برابرند، زیرا طبق اولین خاصیت، ضلع‌های روبه‌رو با یکدیگر برابرند. یعنی هر کدام با ضلع روبه‌رویی برابر است. در نتیجه هر چهار تا با هم برابرند. پس در تعریف لوزی نیز می‌توان شرایط را کمتر کرد و گفت: لوزی متوازی‌الاضلاعی است که در آن دو ضلع کنار هم برابر باشند.

این کار، یعنی ساده کردن تعریف یک شکل تا حدی که برای تشخیص آن شکل به کمترین شرایط نیاز داشته باشیم، در هندسه و ساختار منطقی آن اهمیت دارد. به چنین تعریفی، تعریف جامع و مانع می‌گوییم. جامع است، زیرا تمام شکل‌های موردنظر را در بر می‌گیرد، و مانع است، چون شرایط اضافی را که بررسی آن‌ها در تشخیص آن شکل زائد باشد، ندارد.

اکنون شما تعریفی جامع و مانع برای مربع ارائه کنید. دقت کنید، به دلیل اینکه مربع هم یک نوع مستطیل است و هم یک نوع لوزی، تعریف جامع و مانع واحد ندارد و می‌توان چند تعریف برای آن ارائه داد.

## ویژگی‌های مستطیل و لوزی

با استفاده از ویژگی موازی بودن ضلع‌ها و قائمه بودن زاویه‌ها، می‌توان نشان داد که در مستطیل قطر‌ها با یکدیگر برابرند. اما این نادرست است که بگوییم «مستطیل یک چهارضلعی است که قطر‌هایش با هم برابرند.» در تصویر



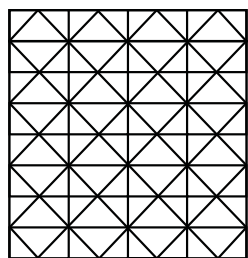
چهارضلعی مقابل می‌بینید که قطر‌ها برابرند، ولی شکل مستطیل نیست.

پس ویژگی‌های یک شکل از شرایط موجود برای آن شکل ناشی می‌شوند، ولی خود آن ویژگی‌ها را نمی‌توان جایگزین تعریف آن شکل کرد.

همین موضوع را برای لوزی نیز داریم. یکی از ویژگی‌های لوزی این است که قطر‌هایش بر هم عمودند. ولی این ویژگی را نباید به‌عنوان تعریف لوزی به کار برد و گفت: «لوزی یک چهارضلعی است که قطر‌هایش بر هم عمود هستند.» در تصویر چهارضلعی مقابل قطر‌ها بر هم عمودند، ولی شکل لوزی نیست.



## سرگرمی



- در تصویر مقابل
- ع چند مربع می‌بینید؟
- ع چند مستطیل می‌بینید؟
- شکل‌های زیر را در تصویر پیدا کنید:
- ع مثلث متساوی‌الساقین
- ع مثلث مختلف‌الاضلاع
- ع چهارضلعی نامتقارن
- ع چهارضلعی با چهار خط تقارن
- ع پنج‌ضلعی مقعر
- ع پنج‌ضلعی محدب
- ع یک شش‌ضلعی که فقط دو جفت ضلع موازی دارد
- ع هفت‌ضلعی متقارن
- ع هشت‌ضلعی نامتقارن
- ع نه‌ضلعی